

SEMESTRAL

UNI

24

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

— ACADEMIA —
**CÉSAR
VALLEJO**

academiacesarvallejo.edu.pe

SEMESTRAL
UNI

24

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

GEOMETRÍA

***ESFERA Y TEOREMA DE
PAPPUS***

academiacesarvallejo.edu.pe

PLANA DE GEOMETRÍA

PROBLEMA 01

Se tiene una esfera de centro O y radio 5, un plano P corta a la esfera en una circunferencia C y la distancia de O a P es 4, entonces el volumen del cono con vértice en O y base el círculo limitado por C es igual a:

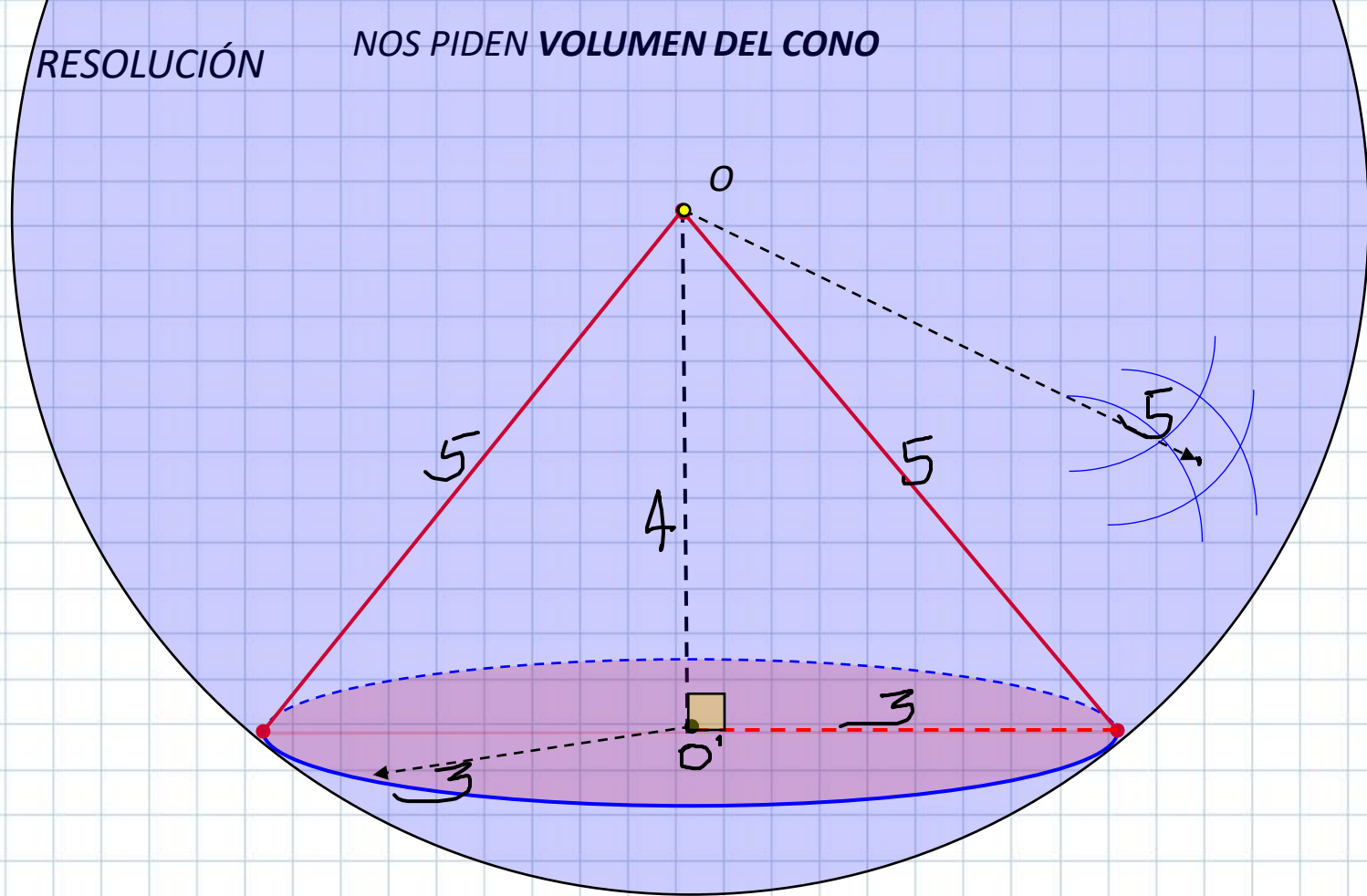
A) 8π
D) 16π

B) 12π

C) 15π
E) 18π

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN VOLUMEN DEL CONO



$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} (\pi 3^2) \times 4$$

$$\therefore V_{\text{cono}} = 12\pi$$

PROBLEMA 02

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN EL RADIO DE LAS ESFERAS



En un depósito cilíndrico de radio 5 que contiene cierta cantidad de agua, se introducen tres esferas de igual radio. Si el nivel del agua se incrementara en 4,32, entonces el radio de una de las esferas será:

~~A) 3~~
D) 3,6

B) 3,2

C) 3,4

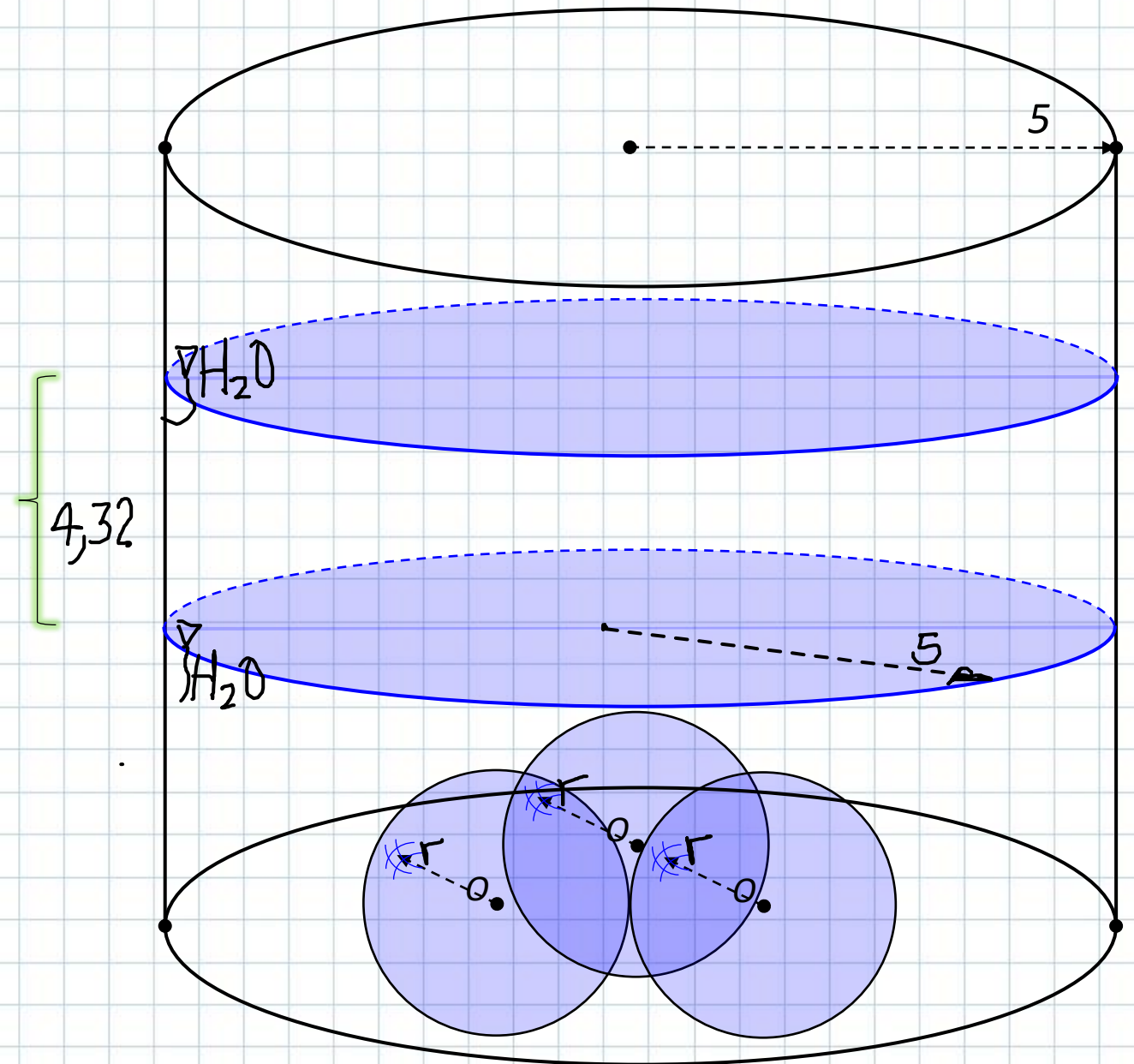
E) 3,8

* Del dato

$$3 V_{\text{sfera}} = V_{\text{cilindro}}$$

$$3 \times \frac{4\pi}{3} r^3 = (\pi 5^2) \times 4,32$$
$$r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3$$



PROBLEMA 03

El radio de la base de un cono de revolución es R y el radio de la esfera inscrita es r . Calcule el radio de la circunferencia común a la superficie común a la superficie esférica y la superficie lateral del cono.

- A) $\frac{5Rr^2}{R^2 + r^2}$ B) $\frac{3Rr^2}{R^2 + r^2}$ C) $\frac{Rr^2}{R^2 + r^2}$
D) $\frac{4Rr^2}{R^2 + r^2}$ E) $\frac{2Rr^2}{R^2 + r^2}$

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN X

* obs:

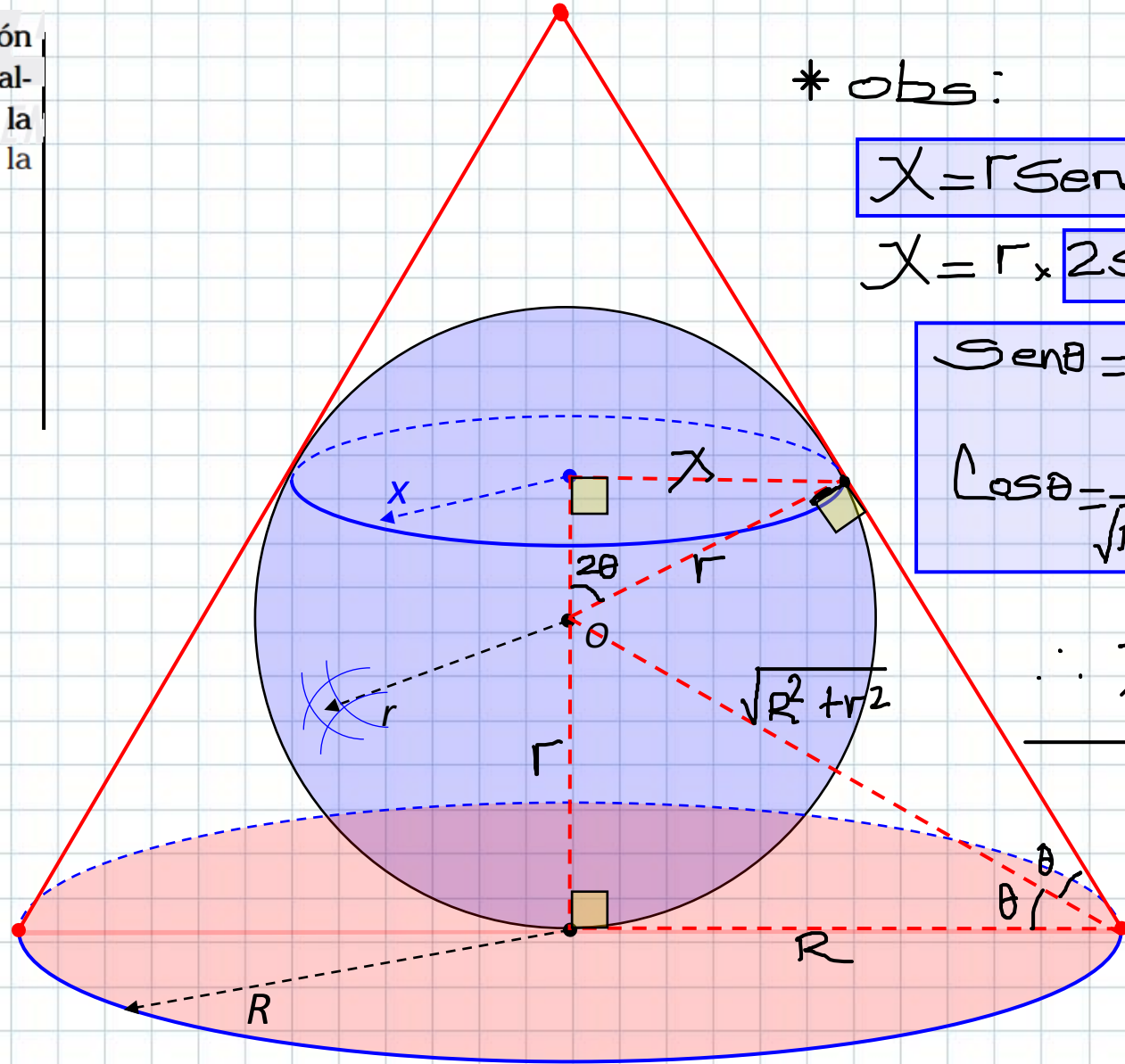
$$X = r \operatorname{Sen} 2\theta$$

$$X = r \times 2 \operatorname{Sen} \theta \operatorname{Cos} \theta$$

$$\operatorname{Sen} \theta = \frac{r}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

$$\operatorname{Cos} \theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

$$\therefore X = \frac{2Rr^2}{R^2 + r^2}$$



PROBLEMA 04

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN VOLUMEN DE SEGMENTO ESFERICO
(De 2 bases)

En una esfera de radio 3 se tiene un segmento esférico de bases iguales y de altura $2\sqrt{3}$. El volumen del segmento esférico es:

- A) $8\sqrt{3}\pi$ ☒ B) $16\sqrt{3}\pi$ C) $10\sqrt{3}\pi$
D) $12\sqrt{3}\pi$ E) $14\sqrt{3}\pi$

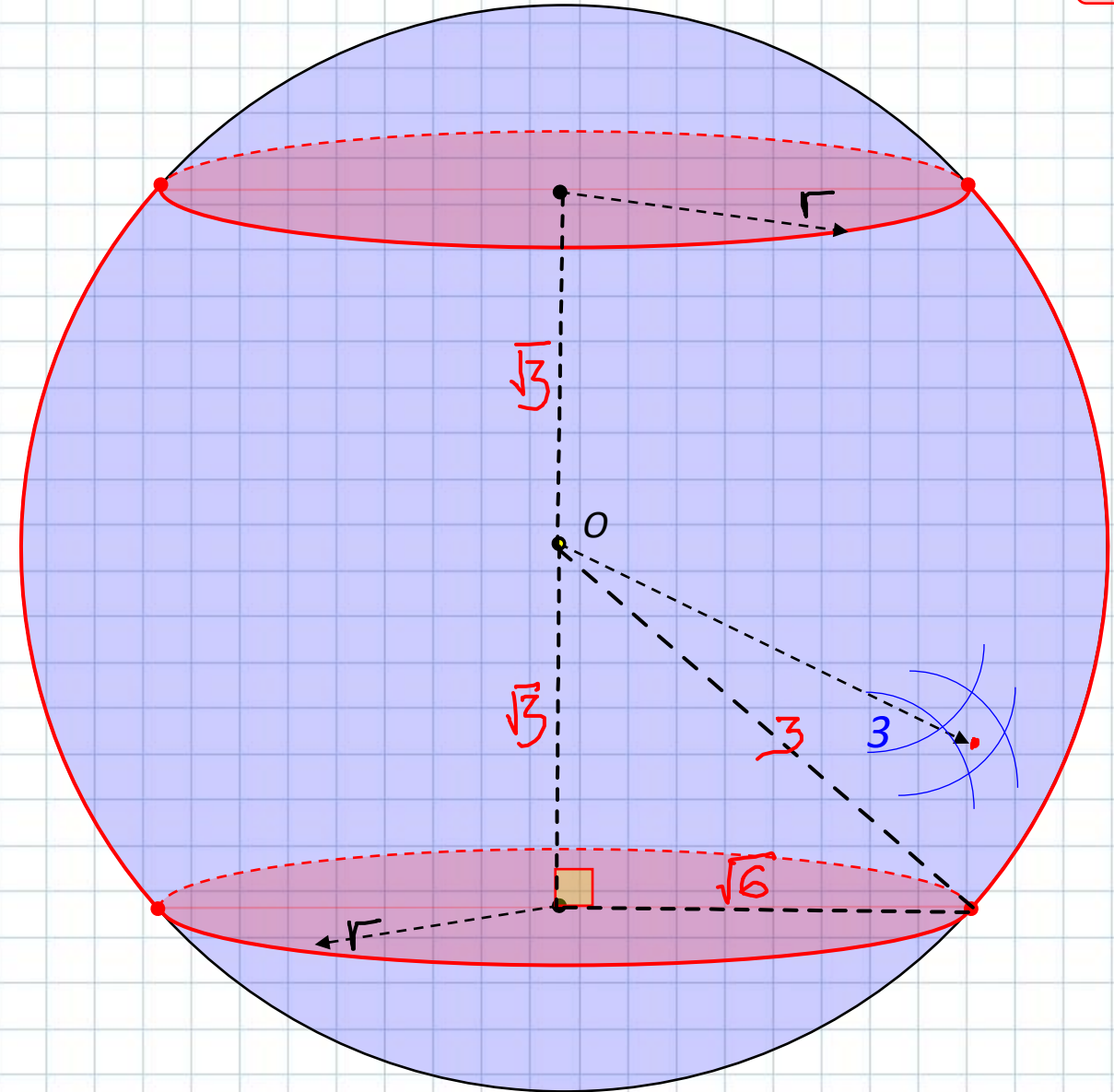
$$V_{S.E} = \frac{\pi h^3}{6} + \frac{\pi r^2 h}{2} + \frac{\pi R^2 h}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = r = \sqrt{6}} \quad \boxed{h = 2\sqrt{3}}$$

$$V_{S.E} = \frac{\pi (2\sqrt{3})^3}{6} + \frac{\pi (\sqrt{6})^2 \cdot 2\sqrt{3}}{2} \times \boxed{2}$$

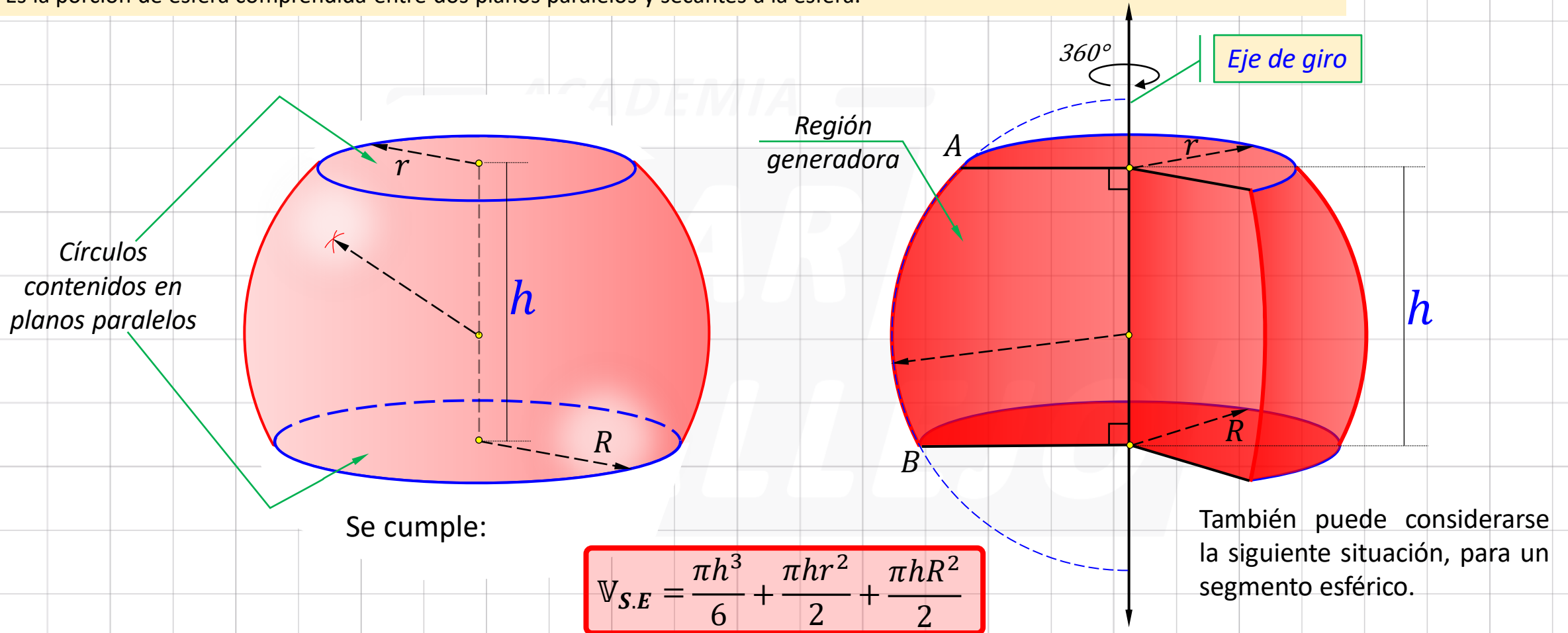
$$\therefore V_{S.E} = 16\sqrt{3}\pi$$

$$2\sqrt{3} = h$$



SEGMENTO ESFÉRICO

Es la porción de esfera comprendida entre dos planos paralelos y secantes a la esfera.

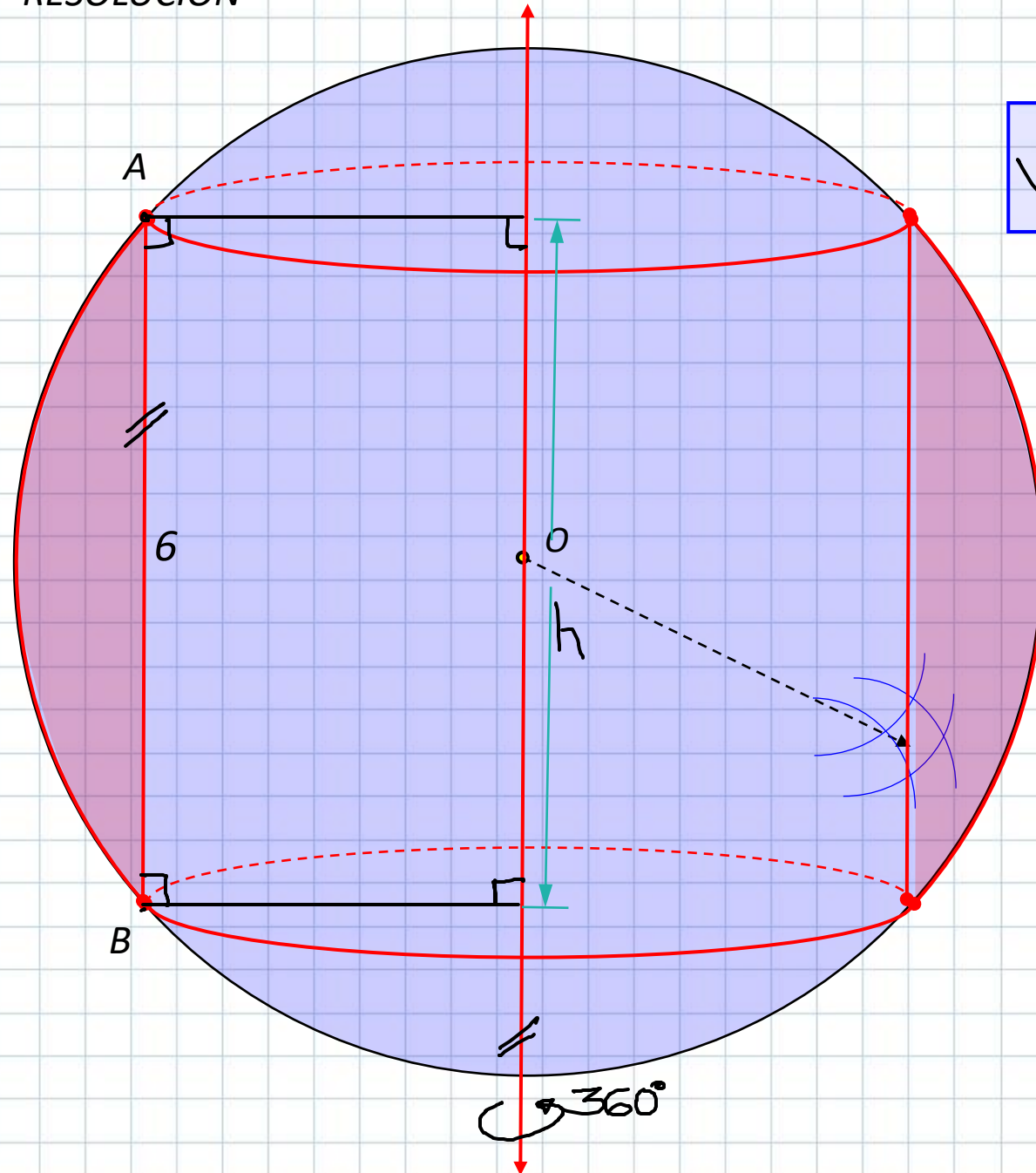


PROBLEMA 05

En una circunferencia se traza la cuerda AB de longitud 6. Calcule el volumen del anillo esférico que se obtiene al girar 360° el segmento circular $\widehat{AB}$ alrededor de un eje diametral paralelo a $\overline{AB}$.

- A) 24π B) 26π C) 32π
D) 27π ~~E) 36π~~

RESOLUCIÓN NOS PIDEN VOLUMEN DEL ANILLO ESFERICO



$$V_{\text{anillo}} = \frac{\pi}{6} \cdot (AB)^2 \cdot h$$

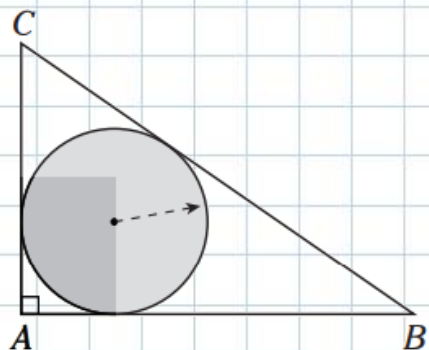
obj: $h = 6$

$$V_{\text{anillo}} = \frac{\pi}{6} \cdot h^3$$

$$\therefore V_{\text{anillo}} = 36\pi$$

PROBLEMA 06

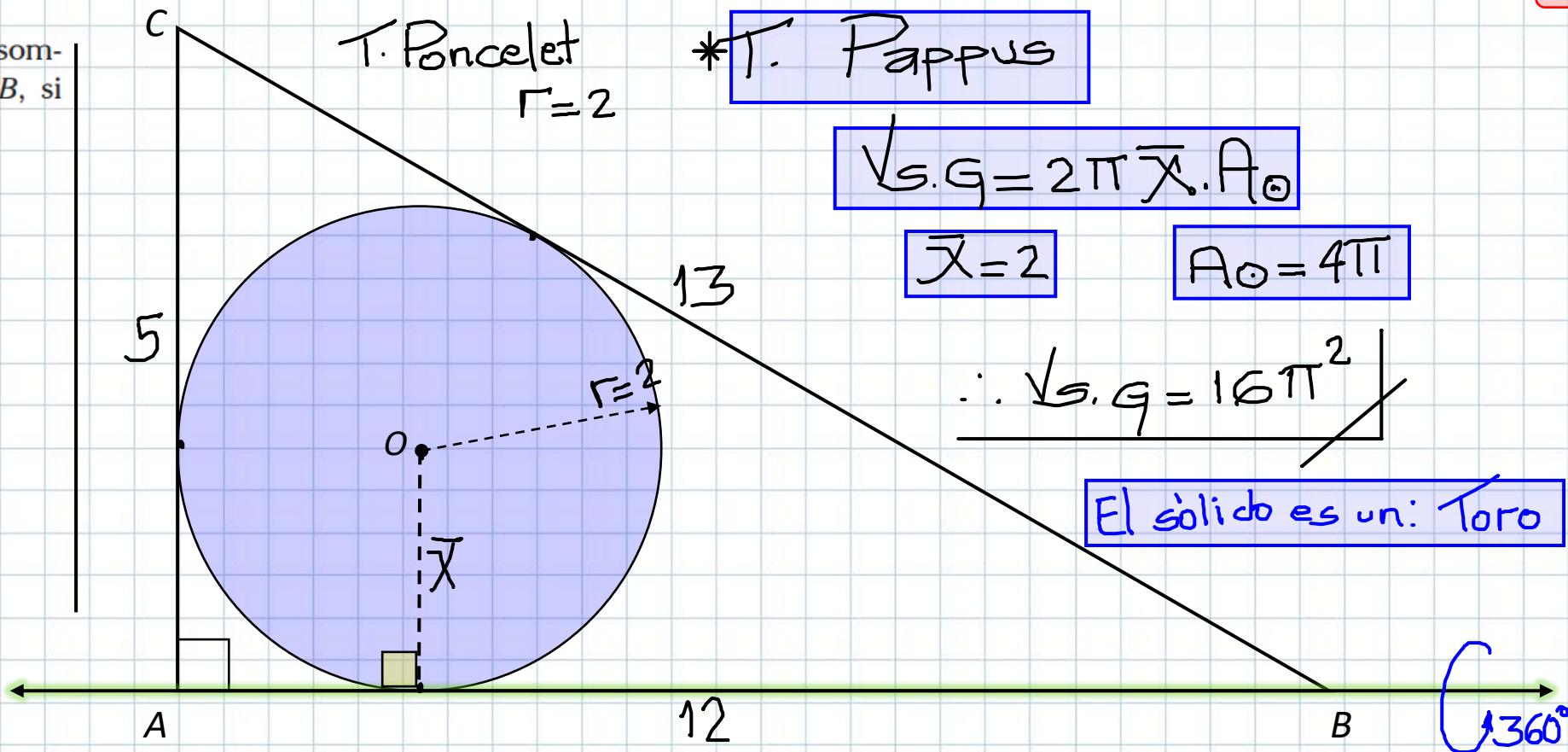
Calcule el volumen que genera el círculo sombreado cuando gira en torno al lado AB, si AC=5 y AB=12.



- A) $16\pi^2$
- B) $15\pi^2$
- C) $18\pi^2$
- D) $24\pi^2$
- E) $36\pi^2$

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN VOLUMEN DEL SOLIDO GENERADO POR EL CÍRCULO



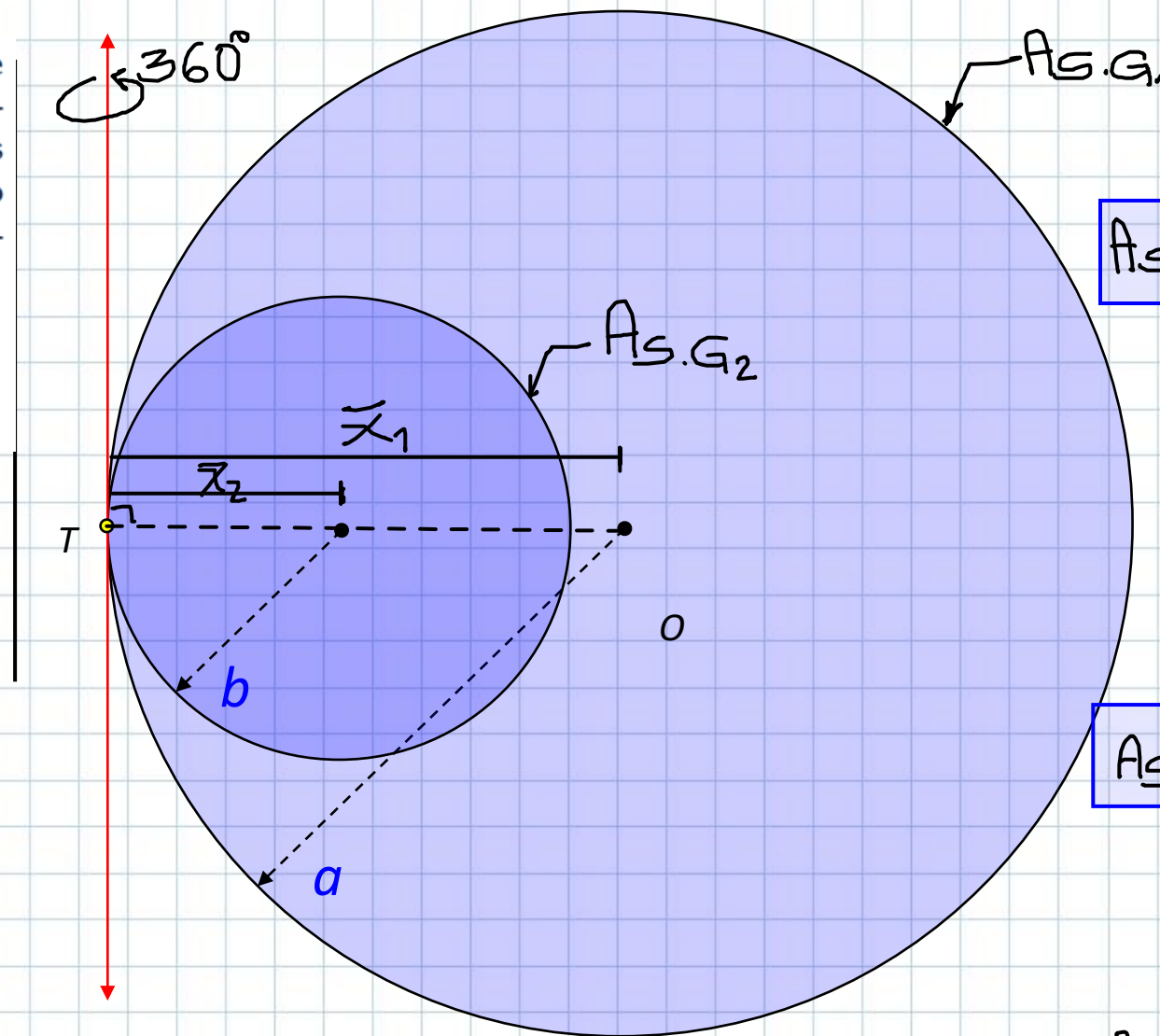
PROBLEMA 07

Dos circunferencias tangentes interiormente de radios a y b se hacen girar una vuelta alrededor de un eje coplanar tangente a ambas circunferencias. Calcule el área total del sólido generado por la región plana comprendida entre las dos circunferencias.

- A) $2\pi^2(a^2+b^2)$ B) $3\pi^2(a^2+b^2)$ C) $4\pi^2(a^2+b^2)$
D) $5\pi^2(a^2+b^2)$ E) $\pi^2(a^2+b^2)$

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN AREA DE LA SUPERFICIE GENERADA



T. Pappus

$$A_{S.G} = 2\pi \bar{X} L_0$$

$$A_{S.G_1} = 2\pi (a) (2\pi a)$$

$$L_0 = 2\pi R$$

$$A_{S.G_2} = 2\pi (b) (2\pi b)$$

$$\therefore A_{S.G_1} + A_{S.G_2} = 4\pi^2(a^2 + b^2)$$

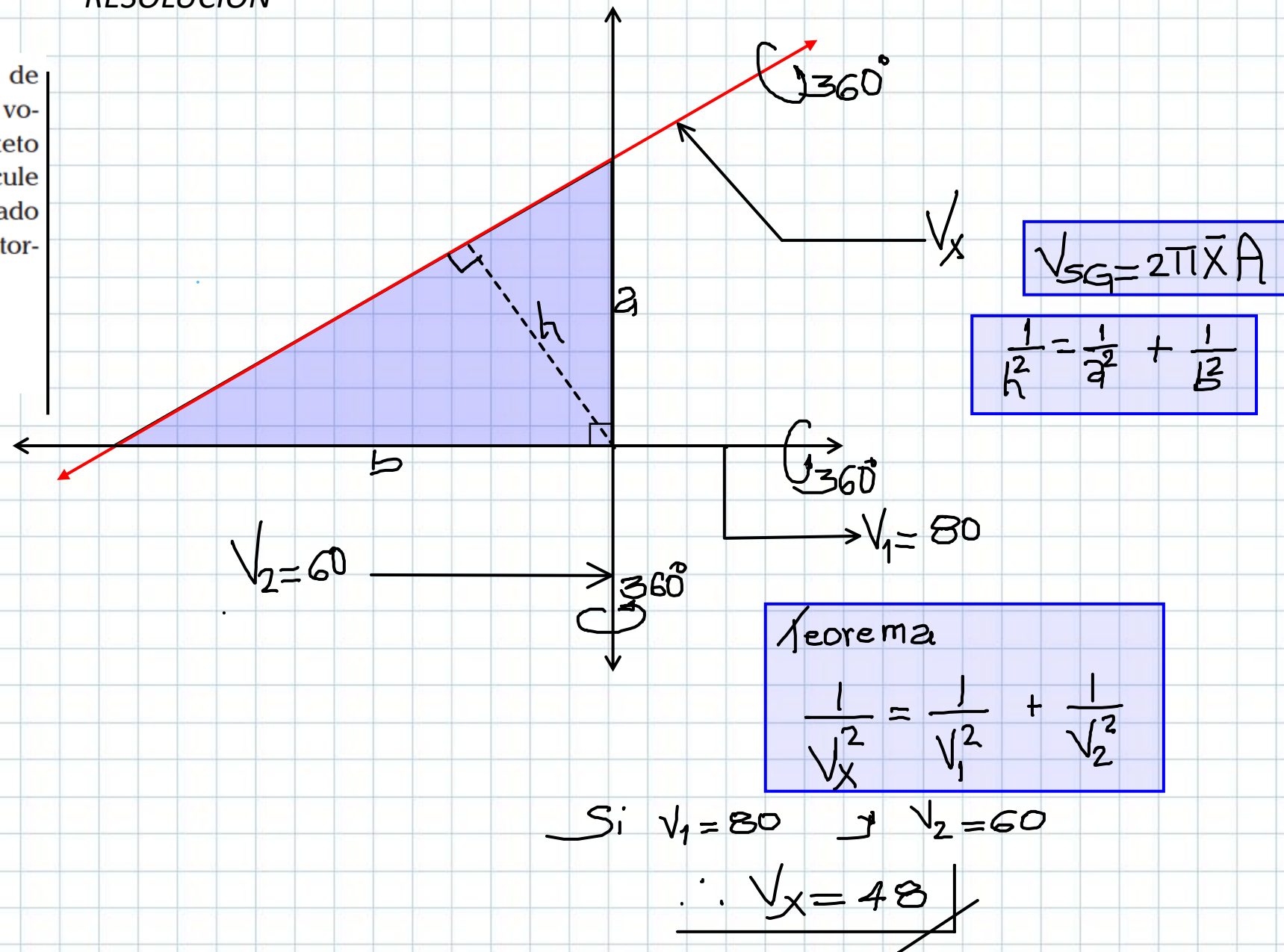
PROBLEMA 08

Si un triángulo rectángulo gira alrededor de uno de sus catetos, genera un cono cuyo volumen es 80 y si gira en torno al otro cateto genera un sólido cuyo volumen es 60, calcule el volumen del sólido de revolución generado por dicha región triangular, cuando gira en torno a la hipotenusa.

- A) 100 B) 34,3 C) 50
D) 67,7 ~~E) 48~~

RESOLUCIÓN

NOS PIDEN VOLUMEN GENERADO RELATIVO A LA HIPOTENUSA

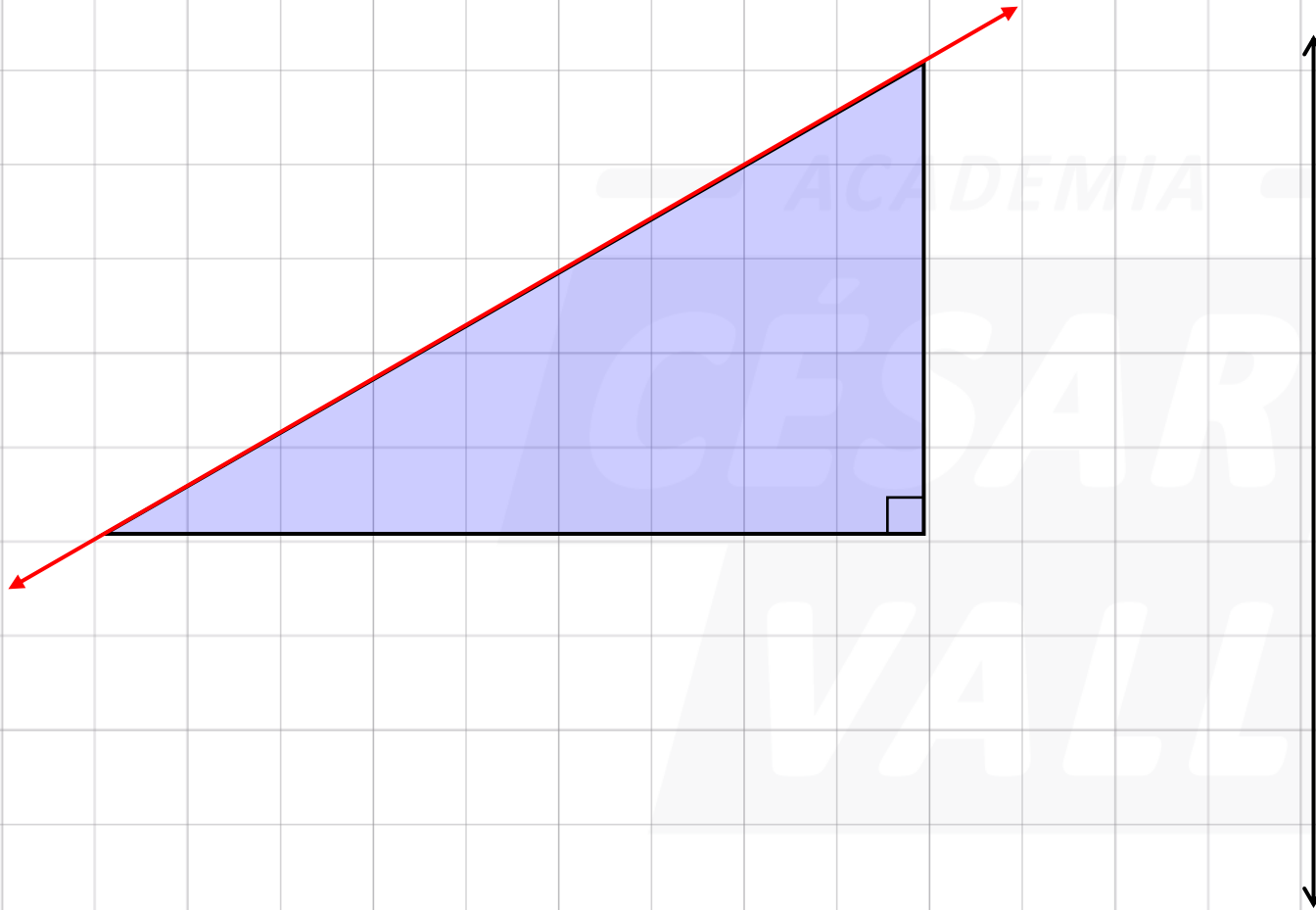


— ACADEMIA —

GRACIAS

VALLEJO

PROBLEMA 08



— ACADEMIA —

CÉSAR

VALLEJO